



Universidade do Minho
Escola de Ciências

Ciência

PARADOXOS E FALÁCIAS – CONTAGEM PELOS DEDOS, TARTARUGAS E OUTRAS PERSONAGENS

CIÊNCIA | ANA CRISTINA FERREIRA*

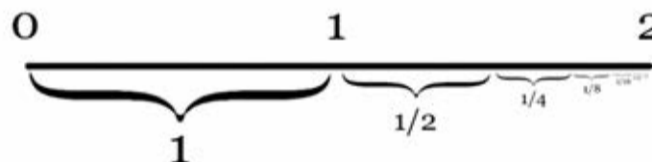
Tenho uma sobrinha de 7 anos. Quando ela era mais pequena e estava a aprender a contar, costumava dizer-lhe que ela tinha 11 dedos nas mãos e não 10. Este é um exemplo típico de uma falácia que consiste do seguinte. Começava por contar os dedos dela da maneira usual: 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10... Depois dizia-lhe “Devo ter-me enganado”. Depois começava a contar ao contrário a partir do dedo mínimo, 10,9,8,7,6, chegando ao polegar. Concluía dizendo “OK. Agora junta 5 dedos da outra mão e tens 11!”. O raciocínio da minha sobrinha é agora bastante mais elaborado embora de vez em quando ainda me peça para contar os dedos das mãos dela. Aqui há dias, ouvi falar de uma certa tartaruga e de um tal de Aquiles e sabendo ela que a tia é professora de matemática decidi que estava na altura de me fazer perguntas difíceis.

Há cerca de 2500 anos, um filósofo grego, Zeno de Elea, formulou vários paradoxos, entre estes “Aquiles e a Tartaruga”. Este é um dos paradoxos mais conhecidos, muito fácil de enunciar mas algo complicado de explicar. Aquiles, um herói da Guerra de Tróia, por algum motivo que só o próprio e os seus deuses conhecem, decide fazer uma corrida com uma modesta tartaruga à qual é concedido um avanço. Tudo parece fácil para Aquiles, mas depois de um momento de reflexão depara-se com um problema, antes de ultrapassar a tartaruga, terá primeiro de a alcançar. Enquanto Aquiles cobre a distância que o separa da tartaruga no início da corrida, esta avança mais um pouco. O novo avanço é mais curto que o primeiro, mas ainda assim é uma distância que Aquiles precisa de cobrir para apanhar o pachorrento animal. E assim sucessivamente. Independentemente de quão rápido for Aquiles, a lenta mas perseverante tartaruga avança mais um pouco e permanece à frente do herói grego na corrida. “Então, como é que o Aquiles apanha a tartaruga, tia?”.



Sim, é um truque. Mas que tipo de truque? Conjetura-se que Aquiles formulou este paradoxo para suportar o argumento que diz que a ideia de movimento não é real. Mas a falácia reside simplesmente numa perceção de tempo, espaço e movimento completamente errada. Aquiles teria que fazer um número infinito de movimentos num intervalo de tempo finito. Mas nem todos os “infinitos” são da mesma natureza. A explicação matemática é da

da pelo conceito de série (ou soma infinita). Vamos supôr, para que as contas sejam fáceis, que o avanço inicial da tartaruga é de 1000 metros e que Aquiles corre apenas 2 vezes mais depressa (há que dar alguma chance ao simpático animal). Assim sendo, quando Aquiles atinge o ponto inicial da tartaruga, esta andou 500 metros para além desse ponto; quando Aquiles chega à marca do 1500 metros, a tartaruga estará no 1750 metros e por aí fora.



Medindo agora a distância em km, a tartaruga está a avançar para a marca dos

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots \text{ (km)}$$

Todos os alunos de Cálculo do primeiro ano das várias licenciaturas em Ciências e Engenharia reconhecem aqui uma série geométrica de razão $\frac{1}{2}$ e sabem que a mesma converge para 2 (km).

Quando as personagens desta história chegarem a esta marca dos 2km (e efetivamente chegarão uma vez que os intervalos de tempo estão a convergir para zero), Aquiles apanhará a tartaruga neste ponto e ultrapassá-la-á no momento seguinte, prosseguindo diretamente para a meta e ganhando a corrida como compete a todo o herói lendário que se preze.

Penso que a minha sobrinha não fica muito contente com o desfecho nem com a explicação simplista que lhe dou. Mas ela fica na expectativa que vai perceber tudo isto quando “for grande” como os alunos da tia e estudar tudo sobre infinitos quando andar na universidade.

*Departamento de Matemática e Aplicações da Escola de Ciências da Universidade do Minho

Quer fazer perguntas a um cientista?

Esta rubrica sobre a Escola de Ciências da Universidade do Minho tem também como objectivo criar uma relação entre leitores e investigadores. Alguma vez pensou em fazer uma pergunta a um cientista? Caso queira participar pode enviar todas as suas questões para sec@ecum.uminho.pt e verá as suas dúvidas esclarecidas.



Nome:

Ana Cristina Ferreira

Formação Académica:

Licenciatura em Matemática Pura & Mestrado em Matemática, Fundamentos e Aplicações (Faculdade de Ciências da Universidade do Porto), Doutoramento em Matemática (Universidade de Oxford, Reino Unido)

Livro Favorito:

quase toda a ficção científica do Isaac Asimov

Filme Favorito:

Memento (de Christopher Nolan)

Cidade Favorita:

Porto

Músico Favorito:

depende do estado de espírito

Especialidade Culinária:

lasagna

Hobbies:

fotografia

Viagem de Sonho:

Singapura, Hong Kong, Japão...

Inspiração:

tudo o que me rodeia

Se não fosse cientista seria...

cientista ou então fotógrafa.